

## Exercice 1

Étudier la parité des fonctions suivantes définies par :

- 1)  $f(x) = \frac{|x|}{x^2 - 1}$ .
- 2)  $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ .
- 3)  $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 + 5}$ .
- 4)  $f(x) = |x| - \sqrt{2x^2 + 4}$ .

## Exercice 2

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = x + \frac{1}{x}$ .

- 1) Déterminer  $D_f$  et étudier la parité de  $f$ .
- 2) Calculer le taux d'accroissement

$$T(x_1, x_2) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

de  $f$  entre deux éléments  $x_1$  et  $x_2$  de  $D_f$  tels que  $x_1 \neq x_2$ .

- 3) Étudier les variations de  $f$  sur  $I = ]0; 1]$  puis sur  $J = [1; +\infty[$ .
- 4) En déduire les variations de  $f$  sur  $D_f$ .
- 5) Dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $D_f$ .

## Exercice 3

Pour chaque cas, comparer les fonctions  $f$  et  $g$ .

- 1)  $f(x) = x + 1$  et  $g(x) = x^2 + x + 2$
- 2)  $f(x) = \frac{3x^2 + 1}{\sqrt{x^2}}$  et  $g(x) = \frac{1 + 3x^2}{|x|}$

## Exercice 4

Soit  $f$  une fonction numérique telle que :

$$f(x) = \frac{2x^2 + 7x + 7}{x^2 + 3x + 3}$$

- 1) Déterminer  $D_f$
- 2) Démontrer que  $f$  est minorée par 1.
- 3) Démontrer que  $f$  est majorée par  $\frac{7}{3}$ . Conclure.

## Exercice 5

Soit  $f$  la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}^+$  par :

$$f(x) = \frac{x}{x^3 + 2}$$

- 1) Montrer que pour tous réels positifs  $a$  et  $b$  :

$$\frac{f(a) - f(b)}{a - b} = \frac{2 - ab(a + b)}{(a^3 + 2)(b^3 + 2)}$$

- 2) a) Étudier les variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0; 1]$   
b) Étudier les variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[1; +\infty[$

## Exercice 6

Soit  $f$  une fonction numérique définie sur l'intervalle  $[-5; 6]$  par le tableau de variations suivant :

$x$	-5	-4	-3	0	3	5	6
$f(x)$	-1	0	2	0	1	0	-2

- 1) Déterminer les extrema de la fonction  $f$ .
- 2) Déterminer le signe de  $f$  sur l'intervalle  $[-5; 6]$ .

## Exercice 7

Pour chacun des cas suivants, calculer  $f \circ g$  et  $g \circ f$  après avoir déterminé leurs ensembles de définition.

- 1)  $f(x) = 2x - 3$  et  $g(x) = x + 5$
- 2)  $f(x) = x^2$  et  $g(x) = x - 1$

## Exercice 8

Soit  $f$  et  $g$  les fonctions numériques définies par :

$$f(x) = x^2 + 2 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{2x + 3}{x - 1}$$

- 1) a) Étudier les variations de la fonction  $g$   
b) Étudier le signe de  $g(x)$  sur  $D_g$
- 2) Étudier les variations de la fonction  $f$
- 3) On considère la fonction numérique  $h$  définie par :

$$h(x) = f \circ g(x)$$

- a) Déterminer  $D_h$  l'ensemble de définition de  $h$
- b) Calculer  $h(x)$  pour tout  $x \in D_h$