

Exercice 1

Étudier la parité des fonctions suivantes définies par :

- 1) $f(x) = \frac{|x|}{x^2 - 1}$.
- 2) $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$.
- 3) $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 + 5}$.
- 4) $f(x) = |x| - \sqrt{2x^2 + 4}$.

Exercice 2

Soit f la fonction définie par $f(x) = x + \frac{1}{x}$.

- 1) Déterminer D_f et étudier la parité de f .
- 2) Calculer le taux d'accroissement

$$T(x_1, x_2) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

de f entre deux éléments x_1 et x_2 de D_f tels que $x_1 \neq x_2$.

- 3) Étudier les variations de f sur $I =]0; 1]$ puis sur $J = [1; +\infty[$.
- 4) En déduire les variations de f sur D_f .
- 5) Dresser le tableau de variations de f sur D_f .

Exercice 3

Pour chaque cas, comparer les fonctions f et g .

- 1) $f(x) = x + 1$ et $g(x) = x^2 + x + 2$
- 2) $f(x) = \frac{3x^2 + 1}{\sqrt{x^2}}$ et $g(x) = \frac{1 + 3x^2}{|x|}$

Exercice 4

Soit f une fonction numérique telle que :

$$f(x) = \frac{2x^2 + 7x + 7}{x^2 + 3x + 3}$$

- 1) Déterminer D_f
- 2) Démontrer que f est minorée par 1.
- 3) Démontrer que f est majorée par $\frac{7}{3}$. Conclure.

Exercice 5

Soit f la fonction numérique définie sur \mathbb{R}^+ par :

$$f(x) = \frac{x}{x^3 + 2}$$

- 1) Montrer que pour tous réels positifs a et b :

$$\frac{f(a) - f(b)}{a - b} = \frac{2 - ab(a + b)}{(a^3 + 2)(b^3 + 2)}$$

- 2) a) Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 1]$
 b) Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[1; +\infty[$

Exercice 6

Soit f une fonction numérique définie sur l'intervalle $[-5; 6]$ par le tableau de variations suivant :

x	-5	-4	-3	0	3	5	6
$f(x)$	-1	0	2	0	1	0	-2

- 1) Déterminer les extrema de la fonction f .
- 2) Déterminer le signe de f sur l'intervalle $[-5; 6]$.

Exercice 7

Pour chacun des cas suivants, calculer $f \circ g$ et $g \circ f$ après avoir déterminé leurs ensembles de définition.

- 1) $f(x) = 2x - 3$ et $g(x) = x + 5$
- 2) $f(x) = x^2$ et $g(x) = x - 1$

Exercice 8

Soit f et g les fonctions numériques définies par :

$$f(x) = x^2 + 2 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{2x + 3}{x - 1}$$

- 1) a) Étudier les variations de la fonction g
 b) Étudier le signe de $g(x)$ sur D_g
- 2) Étudier les variations de la fonction f
- 3) On considère la fonction numérique h définie par :

$$h(x) = f \circ g(x)$$

- a) Déterminer D_h l'ensemble de définition de h
- b) Calculer $h(x)$ pour tout $x \in D_h$